

Versuchsprotokoll

Phasenübergänge in Supraleitern

Henning Iseke

Robert Grimmer

Betreuer: Dipl.-Phys. Sergey Granovsky

Messplatz: PHY/D008

Durchführung: 12. November 2015

Protokoll: 26. November 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2	4	Durchführung	5
2	Theorie	2	5	Auswertung	6
2.1	Niob	2			
2.2	Supraleiter	2	6	Diskussion	9
2.3	BCS-Theorie	3			
2.4	Spezifische Wärme	4		Literatur	10
3	Messaufbau	4	A	Messdaten	10

1 Einleitung

Im Versuch geht es darum sich einmal näher experimentell und theoretisch mit Supraleitern zu beschäftigen. Neben dem Verschwinden des elektrischen Widerstands weisen sie noch viele weitere interessante Eigenschaften auf z. B. den Meißner-Ochsenfeld-Effekt.

Im Versuch soll nun die Abhängigkeit der Wärmekapazität eines Supraleiters (Niob) von der Temperatur bestimmt werden, insbesondere das auffällige Verhalten im Bereich der kritischen Temperatur T_C . Mit diesen experimentellen Daten sollen dann die Zusammenhänge, die aus der BCS-Theorie folgen, überprüft werden.

2 Theorie

2.1 Niob

Das Element *Niob* ist ein grau glänzendes Übergangsmetall. [5]. Es hat eine hohe kritische Temperatur von $T_C = 9,2$ K, die Debye-Temperatur liegt bei $\Theta_D = 240$ K [4, S. 22] und die Energielücke beträgt $\Delta_0 = 30,5 \cdot 10^{-4}$ eV [2, S. 370]. Bei dem Metall handelt es sich um einen Supraleiter zweiter Ordnung.

2.2 Supraleiter

Das Verschwinden des elektrischen Widerstands bei einer kritischen Temperatur zeichnet *Supraleiter* aus. Bei vielen Materialien findet der Übergang vom Normal- zum Supraleiter erst bei sehr tiefen Temperaturen statt, sodass flüssiges Helium zur Kühlung verwendet werden muss. Erst in neuerer Zeit wurden die sogenannten Hochtemperatursupraleiter entdeckt, deren Kühlung auch durch flüssigen Stickstoff erfolgen kann.

Schon zum Zeitpunkt der Entdeckung der Supraleitung durch Kamerlingh Onnes wurde häufig von der „supraleitenden Phase“ gesprochen, obwohl es keine experimentelle Bestätigung gab [4]. Diese erfolgte erst 1933 durch den *Meißner-Ochsenfeld-Effekt*, also Verdrängung von Magnetfeldern aus dem Inneren.

Der Übergang zur Supraleitung ist ein Phasenübergang zweiter Ordnung. Für den Übergang wird keine Umwandlungswärme benötigt, da mit $T \rightarrow T_c$ die Cooper-Paar-Dichte gegen null geht. Wird der Phasenübergang jedoch durch ein kritisches Magnetfeld hervorgerufen, braucht man jedoch Umwandlungswärme, da die Cooper-Paar-Dichte bis zum Erreichen des

kritischen Feldes quasi konstant bleibt.¹

Da es sich um einen Übergang zweiter Ordnung handelt muss es bei der kritischen Temperatur einen Sprung bei der spezifischen Wärme geben. Die BCS-Theorie liefert hierfür einen quantitativen Zusammenhang (s. (2-1)).

2.3 BCS-Theorie

Die *BCS-Theorie*² ist eine Theorie mit der es erstmals gelang viele Eigenschaften von Supraleitern quantitativ zu deuten. Ihr Ansatz liegt in der Einführung einer neuen Wechselwirkung, die zur Bildung der sogenannten *Cooper-Paare* führt. Diese sind entscheidend für den widerstandslosen Stromtransport.

Ursache der Wechselwirkung sind Polarisierungen des umgebenden Gitters durch die Leitungselektronen. Dies kann auch durch den Austausch von virtuellen Photonen zwischen den Elektronen beschrieben werden, die *Elektron-Phonon-Wechselwirkung*. Dadurch wirkt auf ein Elektron in der Nähe eine anziehende Kraft, wird die Kraft größer als die abstoßende Coulomb-Kraft bilden sich Cooper-Paare. Die entstehenden Paare verhalten sich zumindest im Grundzustand so wie Bosonen, es sind Spin-0-Teilchen:

$$\{\vec{p} \uparrow, -\vec{p} \downarrow\}$$

Dadurch könne sich die Paare alle in *einem* quantenmechanischen Zustand befinden, das besagt aber auch das ihr Impuls immer exakt gleich ist, den sie z. B. durch ein elektrisches Feld erhalten, gleichzeitig verbietet das aber auch Wechselwirkungen mit dem umgebenden Gitter. Ein Wechselwirkung hätte nämlich einen Übergang in einen anderen Zustand zur Folge. Dies wird aber erst durch ein Zerstören des Cooper-Paars möglich und damit erst durch eine dafür nötige Energie.

Diese Energiedifferenz zwischen Grundzustand und den angeregten Zuständen nennt sich *Energielücke* mit einem Betrag von $2\Delta_0$. Das ist gerade die doppelte Bindungsenergie eines Cooper-Paars.

Diese Energie kann den Leitungselektronen bzw. jetzt Cooper-Paaren durch den kritischen Strom bzw. das kritische Feld oder auch einer Temperaturerhöhung zur Verfügung gestellt werden und so zu einem Übergang in die normalleitende Phase führen.

Folgende Zusammenhänge werden von der BCS-Theorie geliefert und sollen mit den experi-

¹mögliche Kühlung bei adiabatischer Magnetisierung

²benannt nach J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer

mentellen Ergebnissen verglichen werden

$$\Delta C_p = 1,43\gamma T_c \quad (2-1)$$

$$C_{sL} = 9,17\gamma T_c \cdot e^{-\Delta_0/kT} \quad (2-2)$$

$$kT_c = 1,13\hbar\omega_D \cdot e^{-V_0 N(E_F)} \quad (2-3)$$

mit Energielücke Δ_0 , Debye-Frequenz ω_D , Elektron-Phonon-Wechselwirkung V_0 und Elektronenzustandsdichte bei der Fermi-Energie $N(E_F)$.

2.4 Spezifische Wärme

Die *spezifische Wärme* c ist definiert mittels

$$\Delta Q = cm\Delta T \quad (2-4)$$

mit zugeführter Wärme ΔQ , Masse m und Temperaturdifferenz ΔT .

Die spezifische Wärme eines Normalleiters c_n setzt sich aus Beitrag der Gitterschwingungen c_{nG} und der Leitungselektronen c_{nL} zusammen. Mit Näherung lassen sie sich mit

$$c_{nL} = \gamma \cdot T \quad (2-5)$$

$$c_{nG} = \beta T^3 \quad (2-6)$$

berechnen (Konstanten γ , β und Debye-Temperatur Θ_D).

Die Gleichung (2-6) bezeichnet man als das *Debyesche T^3 -Gesetz*, wobei für β gilt

$$\beta = \frac{12\pi^4}{5} \frac{R_G}{\Theta_D} \approx 234 \frac{R_G}{\Theta_D^3} \quad (2-7)$$

mit Gaskonstante R_G .

Das Gesetz gibt die Temperaturabhängigkeit der spezifische Wärme eines Festkörpers trotz ihrer Vereinfachung schon alleine richtig wieder. [3, S. 79] Allerdings tragen auch die Leitungselektronen zur spezifischen Wärme bei, deren Beitrag ist jedoch relativ klein und wird erst bei sehr tiefen Temperaturen messbar. Da jedoch der Phasenübergang für Supraleiter auch bei sehr tiefen Temperaturen stattfindet, wird dieser Beitrag relevant.³ Er folgt der Gesetzmäßigkeit (2-5). [3, S. 95]

3 Messaufbau

Die Niob-Probe mit einem Gewicht von $m = 90,112 \text{ g}$ ist in einem Kupfer-Vakuumgefäß ($p < 1 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$) an Nylonfäden aufgehängt, um Wärmebrücken zu vermeiden. Das gesamte

³Zumindest ist das u. a. für Niob der Fall.

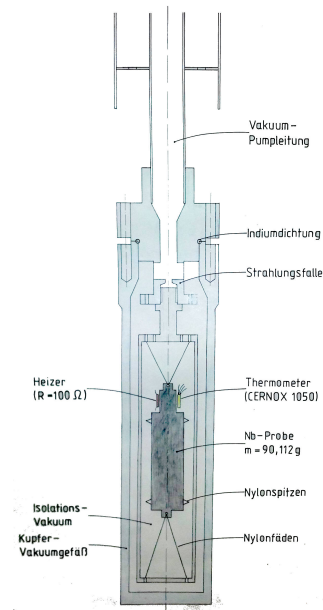


Abbildung 1: Messaufbau

Gefäß ist in flüssiges Helium getaucht. Die Probe befindet sich somit in einem gut isolierten Kalorimeter mit geringer Wärmekapazität. Die Abkühlung der Probe auf etwa 4,2 K erfolgt vor der Messung in dem eine Austauschgas in das Vakuumgefäß geleitet wird und so die Abkühlung der Probe über die Gefäßwände ermöglicht. Anschließend wird das Gas wieder abgepumpt.

An der Probe sind eine Heizspule ($R = 100 \Omega$) und ein Thermometer (CERNOX 1050) angebracht. Beide werden elektronisch angesteuert bzw. ausgelesen. Kontrolliert wird das Ganze durch ein Messprogramm. Der ganze Aufbau ist auch in Abbildung 1 zu sehen.

4 Durchführung

Mit Hilfe der in [1] gegebenen Daten und

$$I_H = \sqrt{\frac{m}{M} \frac{12\pi^4}{5} R_G \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \left(\frac{\Delta T}{T}\right) T \frac{1}{R_{\text{Ohm}} t}} \quad (4-1)$$

aus (2-6) und (2-4) wurde der Anfangsstrom als $I_H = 990 \mu\text{A}$ berechnet.⁴

Dem Messprogramm wurden die Parameter aus Tabelle 1 übergeben und anschließend die Messungen gestartet. Die Messungen erfolgten dann automatisch bis der maximale Widerstand

⁴Allerdings stellte sich später heraus, dass bei der Rechnung mit einem falschen Wert gerechnet wurde und der Anfangsstrom eigentlich etwas zu groß ist.

Tabelle 1: Parameter, die dem Messprogramm übergeben wurden

I_H	t_H	t_M	$\Delta T/T$	R_{\max}
990 μA	20 000 ms	60 s	0,03	150 Ω

R_{\max} erreicht wurde. Zwischenzeitlich musste die Temperaturmessbrücke dreimal neugestartet werden.

Für die Messungen wurde die Probe mit der Heizspule schrittweise im Bereich von 4,2 K...20 K aufgeheizt und jeweils die Temperatur bestimmt. Dabei lag der Heizwiderstand immer im erwarteten Bereich.

5 Auswertung

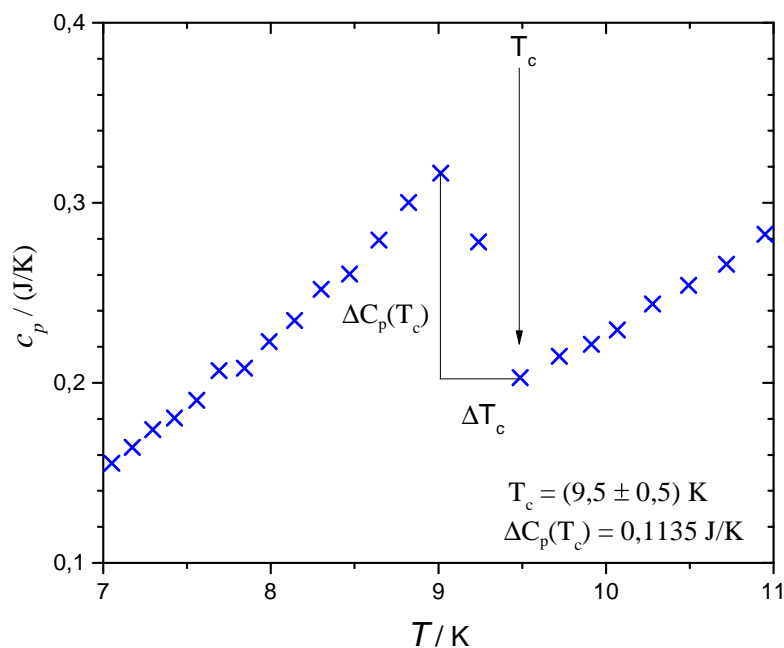


Abbildung 2: Abhängigkeit der Wärmekapazität von der Temperatur

Um aus den Temperaturdifferenzen, Strom und Spannung die Wärmekapazität zu berechnen, wurde folgender Zusammenhang genutzt

$$C = \frac{U_H I_H t}{\Delta T} \quad (5-1)$$

Für die Untersuchung der Abhängigkeit zwischen Wärmekapazität und Temperatur wurde aus dem oberen und unteren Temperaturwert (d. h. vor und nach dem Heizimpuls) jeweils der Mittelwert gebildet

$$\frac{T_1 + T_2}{2} \quad (5-2)$$

Temperatur oberhalb des Sprungs wurde für die Bestimmung der kritische Temperatur $T_c = (9,5 \pm 0,5)$ K benutzt mit der halben Temperaturdifferenz als Abweichung (vgl. SU1). In Abbildung 2 kann man den Sprung der Wärmekapazität klar erkennen.

$$\Delta T = \frac{T_2 - T_1}{2} \quad (5-3)$$

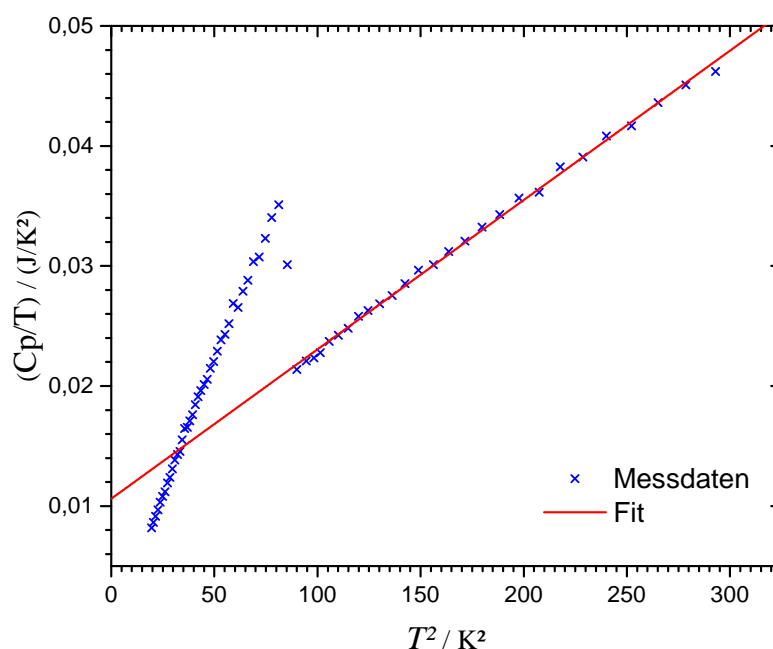


Abbildung 3: Bestimmung von β und γ aus $\frac{C_p}{T} = \gamma + \beta T^2$

Aus (2-6) und (2-5) lässt sich die gesamte Wärmekapazität (also Gitter- und elektronischer Beitrag) berechnen als

$$c_p = \gamma \cdot T + \beta T^3 \quad (5-4)$$

durch Umstellen lassen sich die Konstanten leicht aus einem linearen Fit erhalten

$$\frac{c_p}{T} = \gamma + \beta T^2 \quad (5-5)$$

wenn man c_p/T gegen T^2 aufträgt (vgl. Abb. 3).

Es ergibt sich für die Konstanten

$$\beta = (1,244 \pm 0,011) \cdot 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{K}^4 \text{ mol}} \quad \gamma = (1,061 \pm 0,020) \cdot 10^{-2} \frac{\text{J}}{\text{K}^2 \text{ mol}}$$

Mit β lässt sich die Debye-Temperatur berechnen indem man (2-7) umstellt

$$\Theta_D \sqrt[3]{\frac{12\pi^4 R_G}{5\beta}} \approx (249,9 \pm 2,2) \text{ K} \quad (5-6)$$

Die Elektronenzustandsdichte bei der Fermi-Energie lässt sich mit γ berechnen

$$N(E_F) = \frac{3 \cdot \gamma}{\pi^2 k_B} \approx 2,710 \cdot 10^{24} \frac{1}{\text{molJ}} \quad (5-7)$$

Durch die Untersuchung des Sprungs des elektronischen Anteils der Wärmekapazität ergibt sich $\Delta C_p = 0,1287 \text{ J K}^{-1}$, wie in Abbildung 4 zu sehen ist. Die Differenz ist einfach durch die Wärmekapazität vor und nach dem Sprung gegeben.

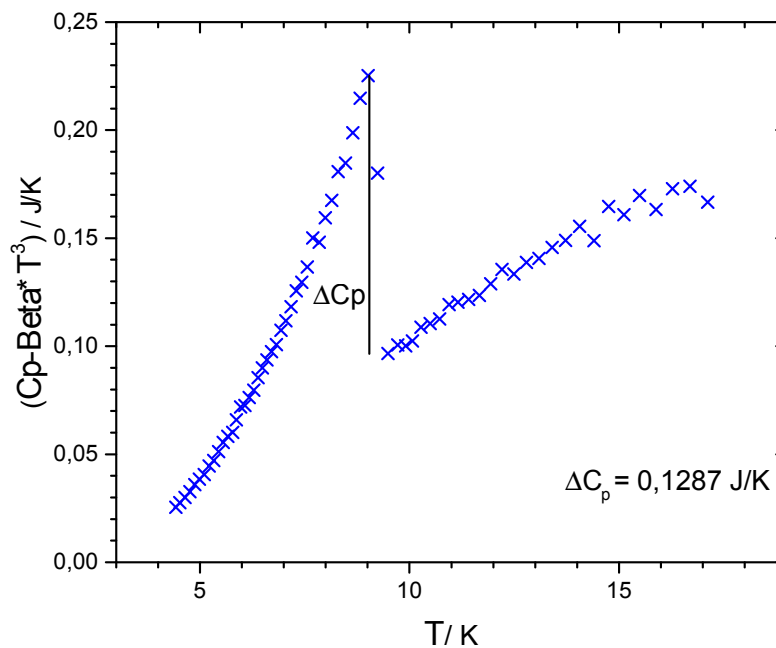
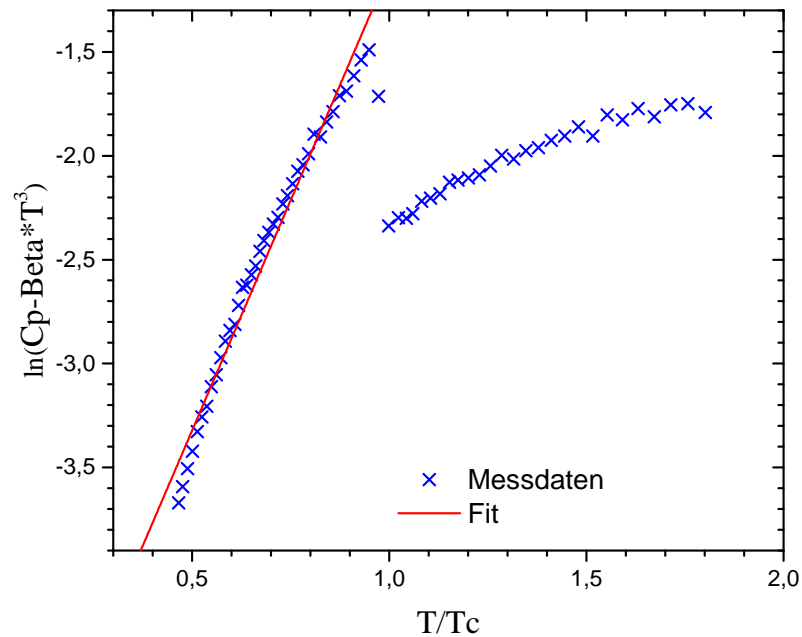


Abbildung 4: Sprung des elektronischen Beitrags zur Wärmekapazität

Anschließend wurde der logarithmierte elektronische Anteil der Wärmekapazität gegen die Temperatur aufgetragen, um dann die Energielücke aus (2-2) zu bestimmen. Sie ergibt sich aus dem Fit (vgl. Abb. 5) als $\Delta_0 = 36,30 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$.

Abbildung 5: Beitrag der Elektronen zur Wärmekapazität unterhalb T_c

6 Diskussion

In Tabelle 2 sind die experimentellen und die Literatur- bzw. theoretischen Werte des Versuchs gegenübergestellt. Man erkennt eine Übereinstimmung von Theorie und Experiment, wobei die Messabweichungen der Temperaturen nur aus dem Fit stammen und Messabweichungen des Thermometers nicht berücksichtigt wurden.

Da die kritische Temperatur im Rahmen der statistischen Abweichungen mit dem Literaturwert kompatibel ist, können die systematischen Abweichung des Thermometers hier begründet vernachlässigt werden.

Zur Verbesserung der Messungen sollte u. a. die Wärmekapazität des Kalorimeters mit berücksichtigt werden und der Messaufbau d. h. insbesondere die Aufnahme der Messdaten sollte verbessert werden, da durch den Verbindungsverlust zwischen Temperaturmessbrücke und Computer einige Temperaturwerte nicht aufgenommen werden konnten.

Um die Realisierung der adiabatischen Bedingung zu verbessern, könnten die Wartezeit zwischen den Heizimpulsen reduziert werden, um die gesamte Messzeit zu verkürzen und so noch weniger Wärmeaustausch mit der Umgebung zu ermöglichen, das hätte aber den Nachteil, dass sich ein

Tabelle 2: Vergleich von experimentellen und Literaturwert bzw. theoretischen Werte (vgl. Abschnitt 2.1)

	experimentell	Literaturwert	Abweichung
T_c	$(9,5 \pm 0,5) \text{ K}$	9,2 K	3,3 %
Θ_D	$(247,34 \pm 0,21) \text{ K}$	240 K	14,3 %
Δ_0	$36,30 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$	$30,5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$	19,0 %
ΔC_p	$0,1287 \text{ J K}^{-1}$	$0,1441 \text{ J K}^{-1} \text{ }^a$	10,7 %

^aist mittels (2-1) berechnet

thermodynamisches Gleichgewicht innerhalb der Probe noch weniger einstellen könnte. Das könnte aber evtl. mit einer größeren Heizspule behoben werden, die die Probe gleichmäßiger erwärmt, indem sie die Probe komplett umfasst.

Literatur

- [1] Dr. M. Dörr, *Platzanleitung Phasenübergänge in Supraleitern*, TU Dresden, 2013.
- [2] Ch. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, München: R. Oldenbourg Verlag, 12. Auflage, 1999.
- [3] K. Kopitzki, *Einführung in die Festkörperphysik*, Stuttgart: Teubner, 2. Auflage, 1989.
- [4] W. Buckel, *Supraleitung – Grundlagen und deren Anwendung*, Weinheim: VCH Verlagsgesellschaft, 5. Auflage, 1994.
- [5] Wikipedia, *Niob*, <https://de.wikipedia.org/wiki/Niob>, 25. 11. 2015.

A Messdaten

Tabelle 3: Roh-Messdaten

HeizSpannung	HeizStrom	HeizZeit	Teins	Tzwei
1.281E-0001	9.900E-0004	20.0	4.388	4.458
1.764E-0001	1.360E-0003	20.0	4.457	4.580
1.855E-0001	1.430E-0003	20.0	4.577	4.702
1.956E-0001	1.507E-0003	20.0	4.693	4.821
2.069E-0001	1.592E-0003	20.0	4.807	4.938
2.184E-0001	1.680E-0003	20.0	4.920	5.056
2.296E-0001	1.765E-0003	20.0	5.032	5.174
2.389E-0001	1.835E-0003	20.0	5.146	5.287
2.514E-0001	1.930E-0003	20.0	5.256	5.403
2.620E-0001	2.013E-0003	20.0	5.368	5.516
2.759E-0001	2.115E-0003	20.0	5.477	5.629

Tabelle 3: Forts. Messdaten

HeizSpannung	HeizStrom	HeizZeit	Teins	Tzwei
2.878E-0001	2.209E-0003	20.0	5.587	5.744
2.991E-0001	2.292E-0003	20.0	5.697	5.860
3.084E-0001	2.361E-0003	20.0	5.789	5.949
3.237E-0001	2.475E-0003	20.0	5.886	6.049
3.390E-0001	2.593E-0003	20.0	5.982	6.157
3.457E-0001	2.642E-0003	20.0	6.090	6.263
3.590E-0001	2.740E-0003	20.0	6.193	6.371
3.697E-0001	2.821E-0003	20.0	6.296	6.473
3.844E-0001	2.933E-0003	20.0	6.393	6.575
3.971E-0001	3.029E-0003	20.0	6.502	6.688
4.105E-0001	3.125E-0003	20.0	6.612	6.802
4.226E-0001	3.218E-0003	20.0	6.724	6.918
4.347E-0001	3.306E-0003	20.0	6.838	7.031
4.508E-0001	3.429E-0003	20.0	6.951	7.150
4.662E-0001	3.540E-0003	20.0	7.072	7.273
4.823E-0001	3.662E-0003	20.0	7.194	7.397
5.011E-0001	3.801E-0003	20.0	7.320	7.531
5.159E-0001	3.911E-0003	20.0	7.452	7.664
5.341E-0001	4.046E-0003	20.0	7.587	7.796
5.624E-0001	4.256E-0003	20.0	7.728	7.958
5.691E-0001	4.308E-0003	20.0	7.881	8.101
5.948E-0001	4.497E-0003	20.0	8.028	8.256
6.151E-0001	4.649E-0003	20.0	8.187	8.414
6.448E-0001	4.867E-0003	20.0	8.350	8.591
6.624E-0001	4.995E-0003	20.0	8.526	8.763
6.930E-0001	5.220E-0003	20.0	8.702	8.943
7.276E-0001	5.479E-0003	20.0	8.888	9.140
7.547E-0001	5.678E-0003	20.0	9.085	9.393
7.155E-0001	5.387E-0003	20.0	9.298	9.678
6.175E-0001	4.662E-0003	20.0	9.587	9.855
6.445E-0001	4.860E-0003	20.0	9.771	10.054
6.608E-0001	4.982E-0003	20.0	9.925	10.212
6.777E-0001	5.109E-0003	20.0	10.135	10.419
7.071E-0001	5.321E-0003	20.0	10.345	10.641
7.281E-0001	5.478E-0003	20.0	10.569	10.869
7.546E-0001	5.673E-0003	20.0	10.797	11.100
7.865E-0001	5.909E-0003	20.0	10.997	11.314
8.083E-0001	6.067E-0003	20.0	11.250	11.570
8.369E-0001	6.277E-0003	20.0	11.507	11.834
8.670E-0001	6.498E-0003	20.0	11.769	12.100
9.010E-0001	6.749E-0003	20.0	12.039	12.375
9.420E-0001	7.048E-0003	20.0	12.319	12.672
9.720E-0001	7.267E-0003	20.0	12.612	12.966
1.013E+0000	7.567E-0003	20.0	12.911	13.276
1.051E+0000	7.842E-0003	20.0	13.220	13.590
1.095E+0000	8.168E-0003	20.0	13.536	13.916
1.141E+0000	8.501E-0003	20.0	13.865	14.252
1.192E+0000	8.871E-0003	20.0	14.203	14.609
1.230E+0000	9.152E-0003	20.0	14.553	14.952
1.297E+0000	9.636E-0003	20.0	14.908	15.331
1.344E+0000	9.980E-0003	20.0	15.282	15.706
1.409E+0000	1.045E-0002	20.0	15.660	16.105
1.458E+0000	1.081E-0002	20.0	16.059	16.503
1.532E+0000	1.135E-0002	20.0	16.461	16.923
1.595E+0000	1.180E-0002	20.0	16.879	17.355